3.1 微分中值定理

1. http://nos.netease.com/edu-image/2A64F4DA4907032B69A65358DEB87A9B.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

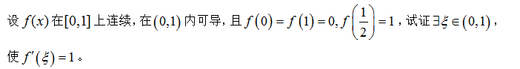
由题，u=f(x)在[a,b]上连续，在(a,b)上可导；又有ln(u)在u >0上连续可导。

由题，f(x)>0，则ln(f(x)) 在[a,b]上连续，在(a,b)上可导。

则据拉格朗日中值定理有：使得

[ln(f(b))- ln(f(a))]/(a-b)=ln(f())’=f()’/f()

即有ln(f(b)/f(a))=f()’/f()\*(b-a)

2. 

由题，可知f(x)在[0,0.5]上连续，在(0,0.5)内可导，则据拉格朗日中值定理有：使得f()’=(f(0.5)-f(0))/0.5=2

同理由于f(x)在[0.5,1]上连续，在(0.5,1)可导，则据拉格朗日中值定理有：使得f()’=(f(1)-f(0.5))/0.5=-2

又由于f(x)在(0,1)内可导，则f(x)’在(0,1)上存在且连续，则f(x)’在[]上连续

则根据介值定理，存在使得f()’=C，其中C∈(-2,2)。令C=1，

即存在使得f()’=1。

3. http://nos.netease.com/edu-image/EB85A666F7E7D58A43492A4E0EC94ECC.png?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

由题，可知f(x)在[a,c]上连续，在(a,c)内可导，则据拉格朗日中值定理有：

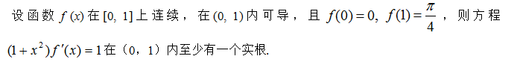
使得f()’=(f(c)-f(a))/(c-a)=(f(b)-f(a))/(b-a)

同理f(x)在[c,b]上连续，在(c,b)内可导，则据拉格朗日中值定理有：

使得f()’=(f(b)-f(c))/(b-c)=(f(b)-f(a))/(b-a)=f()’

再者，由于f(x)在[a,c]上二阶可导，则f(x)’在()上一阶可导，且在[]上连续，

再因为f()’= f()’，则根据罗尔定理，使得f()’’=0。

4. 

设g(x)=atan(x),则知g(x)、f(x)均在[0,1]上连续，在(0,1)内可导，则根据柯西中值定理有：存在ξ∈(0,1)使得(f(1)-f(0))/(g(1)-g(0))=f(ξ)’/g(ξ)’，即(pi/4)/(pi/4)= f(ξ)’/(1/(1+x^2))，即 (1+x^2) f(ξ)’=1。

即方程(1+x^2) f(ξ)’=1在(0,1)内至少有一个实根。